

## Алгебра Кодда - итог:

Теоретико-множественные операции:

- UNION, INTERSECT, MINUS, TIMES.

Специальные реляционные операции включают:

- WHERE, PROJECT, JOIN, DIVIDE BY.

Дополнительные операции:

- операция присваивания (:=) и переименования RENAME.

- рассмотренная версия алгебры – модификация Кристофера Дейта с RENAME,  
(оригинальная с точечной нотацией ОТНОШЕНИЕ.ИМЯ\_АТТРИБУТА)

- избыточна

- практична (отражается в операторах SQL)

## Алгебра А

в конце 90-х годов предложена Кристофером Дейтом и Хью Дарвеном

настоящая алгебра в математическом смысле – отсутствуют ограничения на операнды.

## Алгебра А Дейта и Дарвена

Итак, пусть

$r$  – отношение,

$A$  – имя атрибута отношения  $r$ ,

$T$  – имя соответствующего типа (т. е. типа или домена атрибута  $A$ ),

$v$  – значение типа  $T$ .

Тогда:

- **заголовком  $Hr$**  отношения  $r$  называется множество **атрибутов**, пар упорядоченного вида  $\langle A, T \rangle$ . По определению никакие два атрибута в этом множестве не могут содержать одно и то же имя атрибута  $A$ ;
- **кортеж  $tr$** , соответствующий заголовку  $Hr$ , – это множество триплетов упорядоченного вида  $\langle A, T, v \rangle$ , по одному такому триpletу для каждого атрибута в  $Hr$ ;
- **тело  $B_r$**  отношения  $r$  – это множество кортежей  $tr$ . При этом, как вы понимаете, могут существовать такие кортежи  $tr$ , которые соответствуют  $Hr$ , но не входят в  $B_r$ .

**Базовый (НЕ ОКОНЧАТЕЛЬНЫЙ) набор операций алгебры А:**

- операции реляционного дополнения **<NOT>**,
- удаления атрибута **<REMOVE>**,
- переименования атрибута **<RENAME>**,
- реляционной конъюнкции **<AND>** и
- реляционной дизъюнкции **<OR>**.

## Операция реляционного дополнения

Пусть  $s$  обозначает результат операции  $\langle \text{NOT} \rangle r$ .

Тогда:

$$H_s = H_r;$$

$$B_s = \{ts : \text{exists } tr (tr \notin B_r \text{ and } ts = tr) \}$$

НОМЕРА ПРОЕКТОВ

№ ПРОЕКТА	ИМЯ РУК
1	Иванов
2	Петров

Домен Номера Проектов: {1,2,3}

Домен Имена Руководителей : {Иванов,Петров}

$\langle \text{NOT} \rangle$  НОМЕРА ПРОЕКТОВ

№ ПРОЕКТА	ИМЯ РУК
1	Петров
2	Иванов
3	Иванов
3	Петров

## Операция удаления атрибута

$s == r \langle \text{REMOVE} \rangle A.$

$\exists T : \langle A, T \rangle \in Hr$

$Hs = Hr \text{ minus } \{ \langle A, T \rangle \};$

$Bs = \{ ts : \text{exists } tr \text{ exists } v (tr \in Br \text{ and } v \in T \text{ and } \langle A, T, v \rangle \in tr \text{ and } ts = tr \text{ minus } \{ \langle A, T, v \rangle \}) \};$

### СЛУЖАЩИЕ

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_N
34	Иванов	22000	1
35	Петров	30000	1
36	Сидоров	18000	1
34	Иванов	22000	2
35	Петров	30000	2
37	Федоров	20000	2

(СЛУЖАЩИЕ REMOVE ПРО\_НОМ) REMOVE СЛУ\_ЗАРП

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ
34	Иванов
35	Петров
36	Сидоров
37	Федоров

## Операция переименования

$s == r \langle \text{RENAME} \rangle (A, B).$

$\exists T : \langle A, T \rangle \in Hr$ , и чтобы  $\langle B, T \rangle \notin Hr$ .

Тогда:

$Hs = (Hr \text{ minus } \{\langle A, T \rangle\}) \text{ union } \{\langle B, T \rangle\};$

$Bs = \{ts : \text{exists } tr \text{ exists } v (tr \in Br \text{ and } v \in T \text{ and } \langle A, T, v \rangle \in tr \text{ and } ts = (tr \text{ minus } \{\langle A, T, v \rangle\}) \text{ union } \{\langle B, T, v \rangle\})\};$

## Операция реляционной конъюнкции $s == r1 \langle \text{AND} \rangle r2$

$\forall A : \langle A, T1 \rangle \in Hr1 \text{ AND } \langle A, T2 \rangle \in Hr2 : T1=T2$

*одноименные атрибуты должны быть определены на одном домене*

$Hs = Hr1 \text{ union } Hr2;$

$Bs = \{ ts : \exists tr1(Hr1), \exists tr2(Hr2) : (tr1 \in Br1 \text{ and } tr2 \in Br2) \Rightarrow ts = (tr1 \text{ union } tr2) \};$

Теоретико-множественная операция **union** для кортежа

1.  $\{ \langle A1, T1, V1 \rangle \} \text{ union } \{ \langle A2, T2, V2 \rangle \} = \{ \langle A1, T1, V1 \rangle, \langle A2, T2, V2 \rangle \}, (A1 \neq A2)$
2.  $\{ \langle A, T, V \rangle \} \text{ union } \{ \langle A, T, V \rangle \} = \{ \langle A, T, V \rangle \} (V1 == V2)$
3.  $\{ \langle A, T, V1 \rangle \} \text{ union } \{ \langle A, T, V2 \rangle \} = \emptyset (V1 \neq V2)$

Поведение  **$\langle \text{AND} \rangle$**  определяется схемами ее операндов:

1.  $Hr1 \cap Hr2 = \emptyset$  (пример 1.)  **$\langle \text{AND} \rangle = \text{TIMES}$**
2.  $Hr1 = Hr2$  (пример 2. и 3.)  **$\langle \text{AND} \rangle = \text{INTERSECT}$**
3.  $Hr1 \cap Hr2 \neq \emptyset$  (пример 1. 2. 3.)  **$\langle \text{AND} \rangle = \text{NATURAL JOIN}$**

<AND>

случай  $Hr1 \cap Hr2 = \emptyset$

$Hs = Hr1 \cup Hr2$ ;

$Bs = \{ ts : \exists tr1(Hr1), \exists tr2(Hr2) : (tr1 \in Br1 \text{ and } tr2 \in Br2) \Rightarrow ts = (tr1 \cup tr2) \}$ ;

СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 1

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
34	Иванов	22000	310
35	Петров	30000	310
36	Сидоров	18000	313

ПРОЕКТЫ

ПРО_N	ПРО_РУК
1	Иванов
2	Федоров

СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 1 <AND> ПРОЕКТЫ

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N	ПРО_N	ПРО_РУК
34	Иванов	22000	310	1	Иванов
35	Петров	30000	310	1	Иванов
36	Сидоров	18000	313	1	Иванов
34	Иванов	22000	310	2	Федоров
35	Петров	30000	310	2	Федоров
36	Сидоров	18000	313	2	Федоров

$Hr1 \cap Hr2 = \emptyset \Rightarrow \langle \text{AND} \rangle == \text{TIMES}$

<AND>

случай  $Hr1 = Hr2$

$Hs = Hr1 \cup Hr2$ ;

$Bs = \{ ts : \exists tr1(Hr1), \exists tr2(Hr2) : (tr1 \in Br1 \text{ and } tr2 \in Br2) \Rightarrow ts = (tr1 \cup tr2) \}$ ;

СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 1

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
34	Иванов	22000	310
35	Петров	30000	310
36	Сидоров	18000	313

СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 2

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
34	Иванов	22000	310
35	Петров	30000	310
37	Федоров	20000	315

СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 <AND> СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
34	Иванов	22000	310
35	Петров	30000	310

$Hr1 = Hr2 \Rightarrow \text{<AND>} == \text{INTERSECT}$

<AND>

случай  $Hr1 \cap Hr2 \neq \emptyset$

$Hs = Hr1 \cup Hr2$ ;

$Bs = \{ ts : \exists tr1(Hr1), \exists tr2(Hr2) : (tr1 \in Br1 \text{ and } tr2 \in Br2) \Rightarrow ts = (tr1 \cup tr2) \}$ ;

### СЛУЖАЩИЕ

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_N
34	Иванов	22000	1
35	Петров	30000	1
36	Сидоров	18000	1
34	Иванов	22000	2
35	Петров	30000	2
37	Федоров	20000	2

### ПРОЕКТЫ

ПРО_N	ПРО_РУК
1	Иванов
2	Федоров

### СЛУЖАЩИЕ <AND> ПРОЕКТЫ

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_N	ПРО_РУК
34	Иванов	22000	1	Иванов
35	Петров	30000	1	Иванов
36	Сидоров	18000	1	Иванов
34	Иванов	22000	2	Федоров
35	Петров	30000	2	Федоров
37	Федоров	20000	2	Федоров

$Hr1 \cap Hr2 \neq \emptyset \Rightarrow \langle \text{AND} \rangle == \text{NATURAL JOIN}$

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_N	ПРО_РУК
34	Иванов	22000	1	Иванов
35	Петров	30000	1	Иванов
36	Сидоров	18000	1	Иванов
34	Иванов	22000	2	Федоров
35	Петров	30000	2	Федоров
37	Федоров	20000	2	Федоров

ПРО_N	СЛУ_N	ПРО_РУК	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ИМЯ
2	34	Федоров	22000	Иванов
1	35	Иванов	30000	Петров
2	35	Федоров	30000	Петров
1	36	Иванов	18000	Сидоров
1	34	Иванов	22000	Иванов
2	37	Федоров	20000	Федоров

## Операция реляционной дизъюнкции

$s == r1 \langle OR \rangle r2.$

$\forall A : \langle A, T1 \rangle \in Hr1 \text{ AND } \langle A, T2 \rangle \in Hr2 : T1=T2$

*одноименные атрибуты должны быть определены на одном домене*

$Hs = Hr1 \text{ union } Hr2;$

$Bs = \{ ts : \exists tr1(Hr1), \exists tr2(Hr2): (tr1 \in Br1 \text{ or } tr2 \in Br2) \Rightarrow ts = (tr1 \text{ union } tr2) \};$

Поведение  $\langle OR \rangle$  определяется схемами ее операндов:

1.  $Hr1 = Hr2$  (пример 2. и 3.)  $\langle OR \rangle = \text{UNION}$

<OR>

случай Hr1 == Hr2

СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 1

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
34	Иванов	22000	310
35	Петров	30000	310
36	Сидоров	18000	313

СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 2

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
34	Иванов	22000	310
35	Петров	30000	310
37	Федоров	20000	315

СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 <OR> СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
34	Иванов	22000	310
35	Петров	30000	310
36	Сидоров	18000	313
37	Федоров	20000	315

<OR>

случай  $Hr1 \cap Hr2 = \emptyset$

ПРОЕКТЫ

ПРО_НАЗ	ПРО_РУК
Проект1	Иванов
Проект2	Федоров

НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ

ПРО_N
1
2

ПРО\_НАЗ { Проект1, Проект2, Проект3 },  
ПРО\_РУК { Иванов, Федоров },

ПРО\_N { 1,2,3 }

ПРОЕКТЫ <OR> НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ

ПРО_НАЗ	ПРО_РУК	ПРО_N
Проект1	Иванов	1
Проект2	Иванов	1
Проект3	Иванов	1
Проект1	Федоров	1
Проект2	Федоров	1
Проект3	Федоров	1
Проект1	Иванов	2
Проект2	Иванов	2
Проект3	Иванов	2
Проект1	Федоров	2
Проект2	Федоров	2
Проект3	Федоров	2
Проект1	Иванов	3
Проект2	Федоров	3

## Полнота Алгебры A

Возможность выразить через ее операторы все операции алгебры Кодда.

Мы уже выяснили что:

- RENAME == <RENAME>,
- PROJECT == {<REMOVE>},
- UNION == <OR>,
- TIMES == <AND>,
- INTERSECT == <AND>,
- [ NATURAL JOIN == <AND> ,]

Остались операции:

- взятия разности (MINUS),
- ограничения (WHERE),
- соединения общего вида (JOIN),
- реляционного деления (DIVIDE BY).

## Выражение операции взятия разности

Утверждается:

$r1 \text{ MINUS } r2 = r1 \text{ \<AND\> ( \<NOT\> } r2)$ ,  
(для  $r1, r2 : Hr1 == Hr2$ )

### СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 1

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
34	Иванов	22000	310
35	Петров	30000	310
36	Сидоров	18000	313

### СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 2

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
34	Иванов	22000	310
35	Петров	30000	310
37	Федоров	20000	315

### <NOT> СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 2

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
35	Иванов	22000	310
36	Иванов	22000	310
...	...	...	...
34	Иванов	18000	310
34	Иванов	30000	310
...	...	...	...
<b>36</b>	<b>Сидоров</b>	<b>18000</b>	<b>313</b>
...	...	...	...

### СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 1 <AND> ( <NOT> СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 2 )

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
36	Сидоров	18000	313

## Выражение операции ограничения (r WHERE comp)

r – отношение,

comp – условие, составленное из простых условий вида (a comp-op b) или (a comp-op const),

a и b – имена атрибутов ограничиваемого отношения,

const – литерально заданная константа,

comp-op - операция сравнения «=», «!=», «>», «<», «>=», «<=».

Выражение операции (r WHERE a comp-op const) через <AND>

СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 1

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
34	Иванов	22000	310
35	Петров	30000	310
36	Сидоров	18000	313

СЛУ\_ЗАРП : ВЫПЛАТЫ  
{22000,30000,18000}

СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 WHERE СЛУ\_ЗАРП == 22000

ЗАРП\_22000

СЛУ_ЗАРП
22000

СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 1 <AND> ЗАРП\_22000

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
34	Иванов	22000	310

СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 WHERE СЛУ\_ЗАРП < 30000

ЗАРП\_М\_30000

СЛУ_ЗАРП
18000
22000

СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 1 <AND> ЗАРП\_М\_30000

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_N
36	Сидоров	18000	313
34	Иванов	22000	310

Аналогичным образом выражаются операции ограничения с условиями «<», «<=», «>=», «!=».

## Выражение операции ( r WHERE a comp-op b) через <AND>

### СЛУЖАЩИЕ

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_РУК_N
34	Иванов	22000	34
35	Петров	30000	34
36	Сидоров	18000	34
37	Федоров	20000	37

СЛУ\_N : НомераПропусков { 34,35,36,37,38 }

СЛУЖАЩИЕ WHERE СЛУ\_N = СЛУ\_РУК\_N

### СЛУ\_РУК

СЛУ_N	СЛУ_РУК_N
34	34
35	35
36	36
37	37
38	38

### СЛУЖАЩИЕ <AND> СЛУ\_РУК

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_РУК_N
34	Иванов	22000	34
37	Федоров	20000	37

Утверждается, что результат данной операции совпадает с результатом следующего выражения алгебры A:

СЛУЖАЩИЕ <AND> (((СЛУЖАЩИЕ <REMOVE> СЛУ\_N) <REMOVE>СЛУ\_ИМЯ) <REMOVE> СЛУ\_ЗАРП) <RENAME> (СЛУ\_РУК\_N, СЛУ\_N)

(Выражение WHERE (a = b) через <REMOVE>, <RENAME> и <AND>)

Выражение операции ограничения вида r WHERE (a > b) через <AND>

#### СЛУЖАЩИЕ

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ПРЕМ
34	Иванов	22000	18000
35	Петров	30000	22000
36	Сидоров	18000	20000
37	Федоров	20000	22000

СЛУ\_ЗАРП, СЛУ\_ПРЕМ : ВЫПЛАТЫ { 18000,20000,22000,30000 }

СЛУЖАЩИЕ WHERE СЛУ\_ЗАРП > СЛУ\_ПРЕМ

#### ЗАРП БОЛЬШЕ ПРЕМ

СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ПРЕМ
20000	18000
22000	18000
30000	18000
22000	20000
30000	20000
30000	22000

#### СЛУЖАЩИЕ <AND> ЗАРП БОЛЬШЕ ПРЕМ

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ПРЕМ
34	Иванов	22000	18000
35	Петров	30000	22000

Аналогичным образом выражаются операции ограничения с условиями «<», «!=», «<=», «>=».

$| A\_БОЛЬШЕ\_B | = (n)(n-1)/2$ , где n – | соответствующего домена |.

## Выражение операции соединения общего вида (A JOIN B WHERE comp)

Алгебра Кодда:

$A \text{ JOIN } B \text{ WHERE comp} == (A \text{ TIMES } B) \text{ WHERE comp}$

Алгебра **A**:

- выполнить одну или несколько операций <RENAME>, чтобы избавиться от общих имен атрибутов;
- выполнить над полученными отношениями операцию <AND>, производящую расширенное декартово произведение;
- выполнить над полученным отношением одну или несколько операций <AND> с отношениями-константами, чтобы должным образом ограничить его.

## Выражение операции реляционного деления $r1\{A, B\} \text{ DIVIDE BY } r2\{B\}$

$(r1 \text{ PROJECT } A) \text{ MINUS } (((r1 \text{ PROJECT } A) \text{ TIMES } r2) \text{ MINUS } r1) \text{ PROJECT } A)$

$(r1 \langle \text{REMOVE} \rangle B) \langle \text{AND} \rangle \langle \text{NOT} \rangle (((r2 \langle \text{AND} \rangle (r1 \langle \text{REMOVE} \rangle B)) \langle \text{AND} \rangle \langle \text{NOT} \rangle r1) \langle \text{REMOVE} \rangle B)$

### СЛУЖАЩИЕ

СЛУ_Н	СЛУ_ИМЯ	ПРО_Н
34	Иванов	1
35	Петров	1
36	Сидоров	1
34	Иванов	2
35	Петров	2
37	Федоров	2

### ПРОЕКТЫ

ПРО_Н
1
2

### $X1 = \text{СЛУЖАЩИЕ PROJECT A}$

СЛУ_Н	СЛУ_ИМЯ
34	Иванов
35	Петров
36	Сидоров
37	Федоров

### $X2 = X1 \text{ TIMES } \text{ПРОЕКТЫ}$

СЛУ_Н	СЛУ_ИМЯ	ПРО_Н
34	Иванов	1
35	Петров	1
36	Сидоров	1
37	Федоров	1
34	Иванов	2
35	Петров	2
36	Сидоров	2
37	Федоров	2

### $X3 = X2 \text{ MINUS } \text{СЛУЖАЩИЕ}$

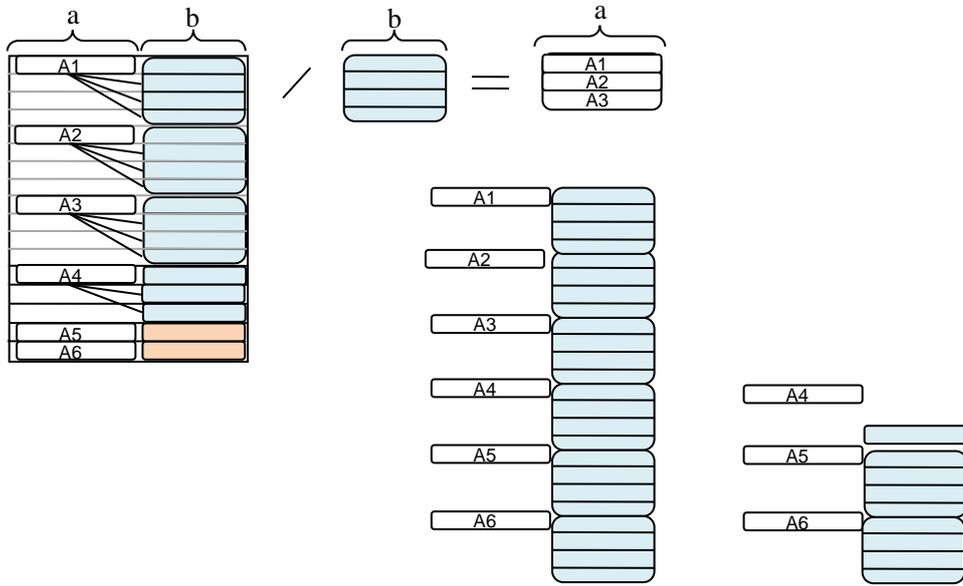
СЛУ_Н	СЛУ_ИМЯ	ПРО_Н
37	Федоров	1
36	Сидоров	2

### $X4 = X3 \text{ PROJECT } A$

СЛУ_Н	СЛУ_ИМЯ
37	Федоров
36	Сидоров

### $\text{СЛУЖАЩИЕ DIVIDE BY } \text{ПРОЕКТЫ} = X1 \text{ MINUS } X4$

СЛУ_Н	СЛУ_ИМЯ
34	Иванов
35	Петров



## Избыточность Алгебры А

### Избыточность операции <RENAME>

#### СЛУЖАЩИЕ

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_N
34	Иванов	22000	1
35	Петров	30000	1
36	Сидоров	18000	1
34	Иванов	22000	2
35	Петров	30000	2
37	Федоров	20000	2

ПРО\_N : ПРОЕКТЫ {1,2,3}

#### ПРОН\_СЛУПРОН

ПРО_N	СЛУ_ПРО_N
1	1
2	2
3	3

#### СЛУЖАЩИЕ <AND> ПРОН\_СЛУПРОН

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_N	СЛУ_ПРО_N
34	Иванов	22000	1	1
35	Петров	30000	1	1
36	Сидоров	18000	1	1
34	Иванов	22000	2	2
35	Петров	30000	2	2
37	Федоров	20000	2	2

#### СЛУЖАЩИЕ<AND>ПРОН\_СЛУПРОН<REMOVE>ПРО\_N

СЛУ_N	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ПРО_N
34	Иванов	22000	1
35	Петров	30000	1
36	Сидоров	18000	1
34	Иванов	22000	2
35	Петров	30000	2
37	Федоров	20000	2

## Избыточность операций <AND> или <OR>

В математической логике набор {NOT, AND, OR} традиционен, но избыточен.

Верны тождества:

$$A \text{ AND } B = \text{NOT} (\text{NOT } A \text{ OR } \text{NOT } B)$$

$$A \text{ OR } B = \text{NOT} (\text{NOT } A \text{ AND } \text{NOT } B).$$

$$A \text{ <AND> } B = \text{<NOT>} (\text{<NOT>} A \text{ <OR>} \text{<NOT>} B)$$

$$A \text{ <OR>} B = \text{<NOT>} (\text{<NOT>} A \text{ <AND>} \text{<NOT>} B).$$

Одна из операций <AND> или <OR> может быть удалена.

## Реляционные аналоги штриха Шеффера и стрелки Пирса

«штрих Шеффера» –  $sh(A, B) = \text{NOT } A \text{ OR NOT } B$ ,

«стрелка Пирса» –  $pi(A, B) = \text{NOT } A \text{ AND NOT } B$ .

$\text{NOT } A = sh(A, A)$

$A \text{ OR } B = sh(\text{NOT } A, \text{NOT } B)$

$A \text{ AND } B = \text{NOT } sh(A, B)$

$\text{NOT } A = pi(A, A)$

$A \text{ AND } B = pi(\text{NOT } A, \text{NOT } B)$

$A \text{ OR } B = \text{NOT } pi(A, B)$

Реляционные аналоги:

штриха Шеффера ( $\langle sh \rangle (r1, r2) = \langle \text{NOT} \rangle r1 \langle \text{OR} \rangle \langle \text{NOT} \rangle r2$ )

и стрелки Пирса ( $\langle pi \rangle (r1, r2) = \langle \text{NOT} \rangle r1 \langle \text{AND} \rangle \langle \text{NOT} \rangle r2$ ).

Формально мы можем свести набор операций Алгебры A к двум операциям:

- $\langle sh \rangle$  (или  $\langle pi \rangle$ );
- $\langle \text{REMOVE} \rangle$ .

Базисом Алгебры А принято считать следующий набор операций:

- **<NOT>** реляционного отрицания (дополнения),
- **<AND>** / **<OR>** реляционной конъюнкции (или дизъюнкции),
- **<REMOVE>** удаления атрибута (проекции).

+ операция присваивания переменной отношения ( **:=** ).